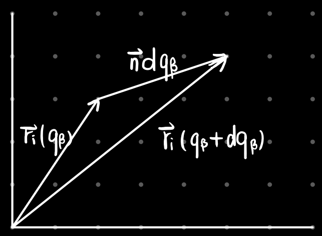
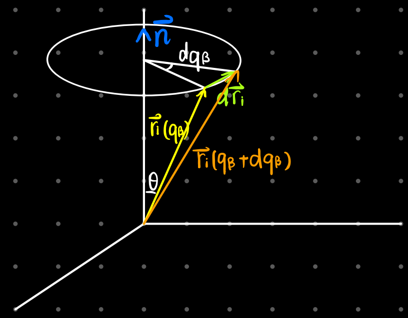
$p_\alpha=\frac{\partial L}{\partial \dot q_\alpha}\ (\alpha=1,2,\cdots,s).$

V与$\dot q_\alpha$无关时，$p_\alpha=\frac{\partial T}{\partial \dot q_\alpha}$

$$p_\beta=\frac{\partial L}{\partial \dot q_\beta}=\frac{\partial T}{\partial \dot q_\beta}=\frac{\partial}{\partial \dot q_\beta}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i\dot{\vec r}_i\cdot\dot{\vec r}_i\right)$$
$$=\sum_{i=1}^{n}m_i\dot{\vec r}_i\cdot\frac{\partial \dot{\vec r}_i}{\partial \dot q_\beta}=\sum_{i=1}^{n}m_i\dot{\vec r}_i\cdot\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}$$





- 如果某一广义坐标q_β反映力学系统的整体平移，其平移方向沿着单位矢量$\vec n$，即

  $\vec r_i(q,q_\beta+dq_\beta,t)=\vec r_i(q,q_\beta,t)+dq_\beta\vec n$

  其中q代表q_β以外的所有各广义坐标，

  $dq_\beta\vec n$则是所有质点的共同平移

  这里q_β有长度量纲．在这种情况下，

  $\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}=\vec n$

  相应的广义动量

  $p_\beta=\sum_{i=1}^{n}m_i\dot{\vec r}_i\cdot\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}=\vec n\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}m_i\dot{\vec r}_i\right)$

  这正是力学系统的动量在$\vec n$方向的分量

  相应的广义力Q_β为

  $Q_\beta=\sum_{i=1}^{n}\vec F_i\cdot\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}=\sum_{i=1}^{n}\vec F_i\cdot\vec n$

  是主动力之和在$\vec n$方向的分量

- 如果某一广义坐标q_β反映力学系统的整体转动，其转动轴沿着单位矢量$\vec n$，即

  $\vec r_i(q,q_\beta+dq_\beta,t)=\vec r_i(q,q_\beta,t)+dq_\beta\vec n\times\vec r_i(q,q_\beta,t)$

  其中q代表q_β以外的所有各广义坐标，

  dq_β是系统绕转动轴转过的角度

  这里q_β有角度量纲．此时

  $\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}=\vec n\times\vec r_i$

  相应的广义动量

  $p_\beta=\sum_{i=1}^{n}m_i\dot{\vec r}_i\cdot\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}=\sum_{i=1}^{n}m_i\dot{\vec r}_i\cdot(\vec n\times\vec r_i)$

  $=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec n\cdot(\vec r_i\times\dot{\vec r}_i)=n\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}m_i\vec r_i\times\dot{\vec r}_i\right)=\vec n\times\vec L$

  这正是力学系统的角动量在$\vec n$方向的分量，即力学系统对$\vec n$轴的角动量．

  相应的广义力Q_β为

  $Q_\beta=\sum_{i=1}^{n}\vec F_i\cdot\frac{\partial \vec r_i}{\partial q_\beta}=\sum_{i=1}^{n}\vec F_i\cdot(\vec n\times\vec r_i)$

  $=\vec n\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\vec r_i\times\vec F_i\right)=\vec n\cdot\vec M$

  是主动力对于$\vec n$轴的力矩