情景：用$\underbrace{\text{试剂盒}}$测某人是否$\underbrace{\text{患病}}$。

试剂盒		患病	
阳	阴	病	没病
+	−	1	0

若给定先验概率

$P(+|1)=1 \qquad P(-|1)=0$

$P(+|0)=1\times10^{-3} \qquad P(-|0)=1-1\times10^{-3}\approx 1$

评价：试剂盒还算靠谱.

此时，你拿到阳性结果，你患病概率大吗？即求后验概率 $P(1|+)$.

$$P(1|+)=\frac{P(+|1)P(1)}{P(+)}=\frac{P(+|1)P(1)}{P(+|1)P(1)+P(+|0)P(0)} \Rightarrow P(1)\,?$$

Case I：罕见病 $P(1)=1\times10^{-4}$

$P(0)=1-1\times10^{-4}\approx 1$

$$P(1|+)=\frac{1\cdot1\times10^{-4}}{1\cdot1\times10^{-4}+1\times10^{-3}\cdot(1-1\times10^{-4})}$$

$$\approx\frac{10^{-4}}{10^{-4}+10^{-3}}\approx\frac{10^{-4}}{1.1\times10^{-3}}\approx 9\%$$

评价：别信

Case II：常见病 $P(1)=1\times10^{-2}$

$P(0)=1-1\times10^{-2}\approx 1$

$$P(1|+)=\frac{1\cdot1\times10^{-2}}{1\cdot1\times10^{-2}+1\times10^{-3}\cdot(1-1\times10^{-2})}$$

$$\approx\frac{10^{-2}}{10^{-2}+10^{-3}}\approx\frac{10^{-2}}{1.1\times10^{-2}}\approx 91\%$$

评价：可信

启发：逻辑学给出，逆否命题的真假与原命题相同，此处$(-|0)$与$(+|1)$看似互为逆否，

于是人们直觉 $P(-|0)=P(+|1)$ 或 $P(-|0)\doteq P(+|1)$. 然而，概率是"似真非真"，打破了"真假"。

可悲的是，人类关于概率的直觉几乎全部错误。若$P(1)$"够"小（10^{-4}），"准确"（10^{-3}）的试剂盒的阳性结果也别信。