

热传导定律 (经验公式)

$$\vec{q} = -k \nabla u$$

\vec{q} 为热流强度 (单位时间通过单位横截面积的热量)

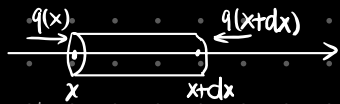
k 为热传导系数

∇u 为温度梯度

- 一维问题, 无热源的情况

由能量守恒定律,

单位时间内增加的热量等于单位时间流入的热量



$$\begin{aligned} c\rho(dx)u_t dt &= (-q(x+dx) + q(x))S dt \\ &= k(u(x+dx) - u(x))S dt \end{aligned}$$

$$c\rho u_t - \frac{\partial}{\partial x}(ku_x) = 0$$

$$u_t - a^2 u_{xx} = 0 \quad (a^2 = \frac{k}{c\rho}) \quad (\text{对均匀物体!})$$

存在热源时, 变为

$$c\rho u_t - \frac{\partial}{\partial x}(ku_x) = F(x,t)$$

$$u_t - a^2 u_{xx} = f(x,t) = \frac{F(x,t)}{c\rho} \quad (\text{对均匀物体!})$$